অসম গণিত অলিম্পিয়াড ২০২২ ৰ প্ৰশ্নোত্তৰ

তিনিওটা শাখাৰ প্ৰতিটোতে মুঠ নম্বৰ 100 আৰু মুঠ সময় 3 ঘণ্টা। আৰু প্ৰতিটো শাখাতে 18 টাকৈ প্ৰশ্ন আছে। 1 ৰ পৰা 5 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 2 নম্বৰকৈ আছে। 6 ৰ পৰা 13 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 5 নম্বৰকৈ আছে। আৰু 14 ৰ পৰা 18 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 10 নম্বৰকৈ আছে।

কোনো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ইয়াত দিয়াৰ সলনি আনধৰণৰ হ'ব পাৰে, সেইক্ষেত্ৰত প্ৰতিযোগীসকলে কেনেদৰে সঠিক উত্তৰ নিৰ্ণয় কৰিছে সেয়া বিবেচনা কৰা হয়।

শাখা-১ (Category I • Classes V - VI)

(1) তোমাক $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ অংককেইটা দিয়া হৈছে। এটাও অংক পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ এই অংককেইটাৰ পৰা 6 টা অংক লৈ গঠন কৰিব পৰা আটাইতকৈ সৰু আৰু ডাঙৰ সংখ্যা দুটা কি কি? যদি তুমি অংকবোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰিব পাৰা, তেন্তে এই অংককেইটাৰ পৰা 6 টা অংক লৈ গঠন কৰিব পৰা আটাইতকৈ সৰু আৰু ডাঙৰ সংখ্যা দুটা কি কি?

উত্তৰঃ যথাক্ৰমে 123456, 876543, 111111 আৰু 888888.

(2) এটা টেংকত 300 লিটাৰ পানী ধৰে। তেনেকুৱা 25 টা টেংকত কিমান পানী ধৰিব? যদি এটা টেংকৰ পানীৰে 15 টা বাল্টি ভৰাব পাৰি, তেন্তে 25 টা টেংকৰ পানীখিনি মুঠতে কিমানটা বাল্টিত ভৰাব পৰা যাব?

উত্তৰঃ 25 টা টেংকত পানীৰ পৰিমাণ = $300 \times 25 = 7500$ লিটাৰ। ভৰ্তি কৰিব পৰা বাল্টিৰ সংখ্যা হ'ল $15 \times 25 = 375$.

(3) $2^3 \times 3^4 \times 4^5 \times 5^6 \times 6^7$ সংখ্যাটো পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা হ'বলৈ হ'লে তাক পূৰণ কৰিবলগীয়া আটাইতকৈ সৰু ধনাত্মক পূৰ্ণসংখ্যাটো কি?

উত্তৰঃ $2^3 \times 3^4 \times 4^5 \times 5^6 \times 6^7 = 2^3 \times 3^4 \times 2^{10} \times 5^6 \times 2^7 \times 3^7 = 2^{20} \times 3^{11} \times 5^6$. পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা এটাৰ কাৰণে, প্ৰতিটো মৌলিক উৎপাদকৰ ঘাত যুগ্ম হ'ব লাগে। গতিকে নিৰ্ণেয় আটাইতকৈ সৰু ধনাত্মক সংখ্যাটো 3.

(4) এজন মানুহে নিজৰ ঘৰৰ পৰা 200 মিটাৰ খোজ কাঢ়ি মূল পথ পালেগৈ। তাৰ পাছত, তেওঁ এখন অটো-ৰিক্সা লৈ 3 কিলোমিটাৰ যাত্ৰা কৰে। তাৰ পৰা তেওঁ 300 মিটাৰ খোজ কাঢ়ি বন্ধুৰ ঘৰলৈ পায়গৈ। মানুহজনে অতিক্ৰম কৰা মুঠ দূৰত্ব কিলোমিটাৰত প্ৰকাশ কৰা।

উত্তৰঃ $200m + 3km + 300m = \left(\frac{200}{1000} + 3 + \frac{300}{1000}\right) km = (0.2 + 3 + 0.3)km = 3.5km.$

(5) তোমাক দুটা বৃত্ত দিয়া হৈছে। প্ৰথম বৃত্তটোৰ ক্ষেত্ৰফল দ্বিতীয়টোৰ দুগুণ। যদি প্ৰথমটো বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ r হয়, তেন্তে দ্বিতীয়টো বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ কিমান হ'ব?

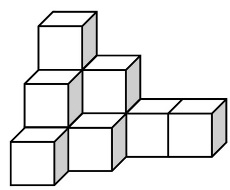
উত্তৰঃ ধৰা হ'ল দ্বিতীয়টো বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ s. প্ৰশ্নমতে, $\pi r^2 = 2\pi s^2 \Rightarrow s^2 = \frac{r^2}{2} \Rightarrow s = \frac{r}{\sqrt{2}}$.

(6) তিনিটা সংকেত (এলাৰ্ম) ক্ৰমে 10, 15 আৰু 30 মিনিটৰ ব্যৱধানত বাজি থাকে। যদি পুৰা 6 টাত তিনিওটা একেলগে বাজে, তেন্তে পুৰা 6 টাৰ সংকেতটোকো ধৰি পুৰা 10:45 টালৈকে কিমানবাৰ একেলগে বাজিব?

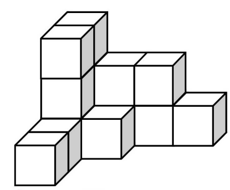
উত্তৰঃ প্ৰতিটো সংকেত(এলাৰ্ম) একেলগে বাজিব $\mathrm{lcm}(10, 15, 30)$ মিনিটৰ মূৰে মূৰে, অৰ্থাৎ 30 মিনিটৰ মূৰে মূৰে। অৰ্থাৎ সংকেতকেইটা একেলগে বাজিব যথাক্ৰমে 6, 6:30, 7, 7:30, 8, 8:30, 9, 9:30, 10 আৰু 10:30 বজাত। গতিকে সৰ্বমুঠ 10 বাৰ বাজিব।

(7) যদি চিত্ৰ A এ তলৰ মৌলকক্ষটো সূচায়, তেন্তে চিত্ৰ B য়ে সূচাবলগীয়া মৌলকক্ষটো কি?

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & & \\ 1 & & & \end{pmatrix}$$



চিত্ৰ A



চিত্ৰ B

উত্তৰঃ প্ৰথমতে, ঘনকৰ সংখ্যা গণনা কৰা যাওক। মন কৰিবা যে কিছুমান ঘনক দৃষ্টিৰ পৰা লুকাই আছে। চিত্ৰ A ত দৃষ্টিৰ পৰা আটাইতকৈ দূৰত থকা শাৰীটোৰ প্ৰথম স্তম্ভত 3 টা ঘনক আছে। সেই শাৰীটোৰ দ্বিতীয় স্তম্ভত 2 টা ঘনক আছে আৰু তৃতীয় আৰু চতুৰ্থ স্তম্ভত 1 টাকৈ আছে। ইয়াৰ ফলত মৌলকক্ষটোৰ প্ৰথম শাৰীটো 3, 2, 1, 1 হিচাপে পোৱা গৈছে। একেদৰে দ্বিতীয় শাৰীটো 2, 1 আৰু তৃতীয়টো 1। চিত্ৰ B ত একেটা পৰ্যবেক্ষণ প্ৰয়োগ কৰিলে আমি দেখিম যে মৌলকক্ষটো হ'ব লাগে $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & & \\ 1 & & & \\ 1 & & & \end{pmatrix}$.

(8) ২০২২ ৰ সকলো ধনাত্মক উৎপাদক লিখা আৰু সিহঁতৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ $2022 = 2 \times 3 \times 337$. উৎপাদকবোৰ হ'ল 1, 2, 3, 6, 337, 674, 1011 আৰু 2022. গতিকে, সকলো উৎপাদকৰ যোগফল হ'ব 4056.

(9) abc এটা তিনিটা অংকৰে গঠিত সংখ্যা, য'ত a, b, c হৈছে দশমিক অংক। সংখ্যাটোক 5 ৰে হৰণ যায় কিন্তু 2

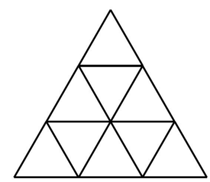
ৰে নাযায়। ইয়াৰ অংকবোৰৰ যোগফল 14. তিনিটা অংকৰে গঠিত এনেকুৱা আটাইকেইটা সংখ্যাৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ যিহেতু abc ক 5 ৰে হৰণ যায় কিন্তু 2 ৰে নাযায়, গতিকে $c = 5$. এতিয়া, $a+b+c = 14 \Rightarrow a+b = 9$. গতিকে, এনেকুৱা সংখ্যাবোৰ হ'ল 185, 275, 365, 455, 545, 635, 725, 815, 905. সিহঁতৰ যোগফল হ'ব 4905.

(10) এজন পিতৃ বয়সত তেওঁৰ জীয়েকতকৈ 5 গুণ ডাঙৰ। 5 বছৰৰ পাছত তেওঁলোকৰ বয়সৰ যোগফল হ'ব 52. তেওঁলোকৰ বৰ্তমানৰ বয়স নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ যদি কন্যাৰ বৰ্তমানৰ বয়স x হয়, তেন্তে পিতৃৰ বয়স $5x$. প্ৰশ্নমতে, $(x+5)+(5x+5) = 52$. গতিকে, $x = 7$.

(11) কাষৰ চিত্ৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 3 একক। যদি আমি একেধৰণৰ এটা চিত্ৰ লওঁ, য'ত আটাইতকৈ ডাঙৰ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 100 একক, তেন্তে তাত 1 একক বাহু-দৈৰ্ঘ্যৰ ত্ৰিভুজ কিমানটা থাকিব?



উত্তৰঃ যেতিয়া আটাইতকৈ ডাঙৰ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 1 একক হয়, তেতিয়া আমি 1 টা ত্ৰিভুজ পাওঁ। যেতিয়া আটাইতকৈ ডাঙৰ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 2 একক হয়, তেতিয়া আমি $1+3$ টা ত্ৰিভুজ পাওঁ। আটাইতকৈ ডাঙৰ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 3 একক হ'লে আমি $1+3+5$ টা ত্ৰিভুজ পাম। এইদৰে আগবাঢ়িলে আমি ত্ৰিভুজৰ নিৰ্ণেয় সংখ্যাটো পাওঁ $1+3+5+\cdots+(2\times 100-1) = 100^2 = 10000$.

আন এটা পদ্ধতি হ'ল: পৰ্যবেক্ষণ কৰা যে প্ৰতিটো ডাঙৰ সমবাহু ত্ৰিভুজক প্ৰতিসমভাৱে 1 একক বাহু-দৈৰ্ঘ্যৰ সৰু সৰু সমবাহু ত্ৰিভুজত ভাগ কৰা হৈছে। 100 একক বাহুৰ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল হ'ল $\sqrt{3}\times 100^2/4$. 1 একক বাহু-দৈৰ্ঘ্যৰ প্ৰতিটো সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল হ'ল $\sqrt{3}/4$. গতিকে, 1 একক বাহু-দৈৰ্ঘ্যৰ মুঠ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা হ'ব $100^2 = 10000$.

(12) এগৰাকী ছাত্ৰীয়ে প্ৰথম 100 টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গড় নিৰ্ণয় কৰোঁতে ভুলতে 35 ক 25, 50 ক 60 আৰু 15 ক 45 বুলি ল'লে। সঠিক গড়টো আৰু ছাত্ৰীগৰাকীয়ে নিৰ্ণয় কৰা গড়টো নিৰ্ণয় কৰা। (সংকেত: প্ৰথম n টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল $n(n+1)/2$.)

উত্তৰঃ প্ৰথম 100 টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সঠিক যোগফল হৈছে = $\frac{100\times(100+1)}{2} = 5050$. গতিকে, শুদ্ধ গড় = 50.5. ধৰা হ'ল, ছাত্ৰজনে ভুলকৈ গণনা কৰা মুঠ মান S. তেতিয়া, $S = 5050-35+25-50+60-15+45 = 5080$. গতিকে, ভুল গড়টো হৈছে 50.8.

(13) 1000 লৈকে কিমানটা সংখ্যাক দুটা ক্ৰমিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল ৰূপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি?

উত্তৰঃ দুটা ক্ৰমিক অখণ্ড সংখ্যাক a আৰু $a+1$ হিচাপে চিহ্নিত কৰিব পাৰি। ইহঁতৰ যোগফল হ'ল $2a+1$, যিটো সদায় অযুগ্ম। লগতে, যিকোনো অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এইদৰে লিখিব পাৰি $2a+1 = a+(a+1)$.

গতিকে আমি মাত্ৰ 1 ৰ পৰা 1000 লৈকে মুঠ অযুগ্ম সংখ্যাৰ পৰিমাণ বিচাৰি উলিয়াব লাগে যিটো হ'ল 500। কিন্তু 1 ক কোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $2a+1$ হিচাপে লিখিব নোৱাৰি, কিয়নো সেই ক্ষেত্ৰত $a = 0$ হ'ব। গতিকে, অযুগ্ম সংখ্যা $3, 5, 7, \ldots, 999$ ক দুটা ক্ৰমিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে লিখিব পাৰি। অৰ্থাৎ, তেনেকুৱা মুঠ 499 টা আছে।

(14) তলৰ সংখ্যাসমূহৰ গসাগু (gcd) নিৰ্ণয় কৰা।

$$
\begin{aligned}
&1 \times 11 \times 21 \times \cdots \times 91,\\
&2 \times 12 \times 22 \times \cdots \times 92,\\
&3 \times 13 \times 23 \times \cdots \times 93,\\
&\ldots,\\
&9 \times 19 \times 29 \times \cdots \times 99,\\
&10 \times 20 \times 30 \times \cdots \times 100.
\end{aligned}
$$

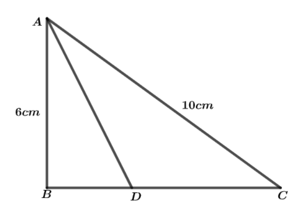
উত্তৰঃ আমাক 10 টা সংখ্যা দিয়া হৈছে। আমি প্ৰথমে সংখ্যাবোৰৰ সম্ভাব্য সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰিম। এতিয়া, এই দিয়া সংখ্যাটো বিবেচনা কৰা যাওক: $10 \times 20 \times 30 \times \cdots \times 100$.

যিহেতু, 10 টো বাকী সংখ্যাকেইটাৰ উৎপাদক নহয়, গতিকে 10 টো সাধাৰণ উৎপাদক হ'ব নোৱাৰে। আমি এই সংখ্যাটোত পূৰণ হৈ থকা 10 সমূহ আঁতৰাই পেলাওঁ। তেতিয়া আমি এই সংখ্যাটো পাম, যিটো এটা সাধাৰণ উৎপাদক হ'ব পাৰে: $1 \times 3 \times 4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$.

আকৌ, প্ৰদত্ত সংখ্যাবোৰৰ কিছুমান অযুগ্ম। গতিকে, 2 সাধাৰণ উৎপাদক হ'ব নোৱাৰে। গতিকে, আমি ওপৰৰ সংখ্যাটোত পূৰণ হৈ থকা 2 সমূহ আঁতৰাব পাৰোঁ। ফলত আমাৰ হাতত থাকিল: $3 \times 3 \times 7 \times 9 = 3^4 \times 7$.

এতিয়া, আমি দেখিবলৈ পাওঁ যে প্ৰতিটো প্ৰদত্ত সংখ্যা 3^4 ৰে হৰণ যায়। যথাক্ৰমে 81, $12 \times 42 \times 72$, $33 \times 63 \times 93$, $24 \times 54 \times 84$, $15 \times 45 \times 75$, $36 \times 66 \times 96$, $27 \times 57 \times 87$, $18 \times 48 \times 78$ আৰু $9 \times 39 \times 69 \times 99$ ত 3^4 টো সাধাৰণ উৎপাদক ৰূপে আছে। আকৌ, যথাক্ৰমে $21, 42, 63, 14, 35, 56, 7, 28, 49$ ত 7 টো সাধাৰণ উৎপাদক ৰূপে আছে। সেয়েহে নিৰ্ণেয় গসাগু হ'ল $3 \times 3 \times 7 \times 9 = 567$.

(15) ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ, যাৰ B কোণটো এটা সমকোণ, $AB = 6$ চেণ্টিমিটাৰ, $AC = 10$ চেণ্টিমিটাৰ। D বিন্দুটো BC ৰ ওপৰত এনেদৰে আছে যাতে $BD : DC = 3 : 5$। ADC ত্ৰিভুজটোৰ কালি উলিওৱা।



উত্তৰঃ পাইথাগোৰীয় উপপাদ্যৰ দ্বাৰা পাওঁ, $BC^2 = 100^2 - 6^2 = 64$. গতিকে, $BC = 8$. $DC = \frac{5}{8}BC =$

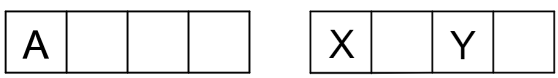
$\frac{5}{8}\times 8 = 5$. গতিকে, ADC ত্ৰিভুজটোৰ কালি $= \frac{1}{2}DC\times AB = \frac{1}{2}\times 5\times 6 = 15$ sqcm.

(16) এখন গাড়ীয়ে $2\frac{1}{2}$ ঘণ্টাত 90 কিলোমিটাৰ যাত্ৰা কৰে। একে বেগত গাড়ীখনে 30 কিলোমিটাৰ যাবলৈ হ'লে কিমান সময় লাগিব নিৰ্ণয় কৰা। আকৌ, গাড়ীখনে একে বেগত 2 ঘণ্টাত কিমান দূৰত্ব যাব পাৰিব নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ 90 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা সময় 150 মিনিট। গতিকে, 1 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা সময় $\frac{150}{90}$ মিনিট। গতিকে, 30 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ প্ৰয়োজনীয় সময় হ'ল $\frac{150}{90}\times 30 = 50$ মিনিট।

150 মিনিটত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব হ'ল 90 কিলোমিটাৰ। গতিকে, 1 মিনিটত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব হ'ল $\frac{90}{150}$. সেয়েহে, 120 মিনিটত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব হ'ল $\frac{90}{150}\times 120 = 72$ কিলোমিটাৰ।

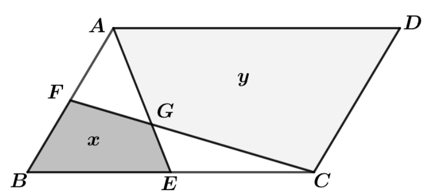
(17) তলৰ ঘৰকেইটাত A, B, C, D আখৰকেইটা পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ সজাব লাগে। Arrangement 1 ত প্ৰথম স্থানটো A ৰ বাবে নিৰ্ধাৰিত কৰি থোৱা হৈছে। Arrangement 2 ত প্ৰথম স্থানত X আৰু তৃতীয় স্থানত Y নিৰ্ধাৰিত কৰি থোৱা হৈছে। উদাহৰণস্বৰূপ, $ABDC$ ধৰণটো Arrangement 1 ত পৰে, আৰু $XAYC$, $XDYB$ ধৰণ দুটা Arrangement 2 ত পৰে। দুয়োটা ক্ষেত্ৰৰে সম্ভাব্য আটাইবোৰ ধৰণ তালিকাভুক্ত কৰা।



Arrangement 1 **Arrangement 2**

উত্তৰঃ Arrangement 1 ত পাব পৰা মুঠ ছটা ধৰণ হ'ল $ABCD$, $ABDC$, $ACBD$, $ACDB$, $ADBC$, $ADCB$. Arrangement 2 ত পাব পৰা মুঠ বাৰটা ধৰণ হ'ল $XAYB$, $XAYC$, $XAYD$, $XBYA$, $XBYC$, $XBYD$, $XCYA$, $XCYB$, $XCYD$, $XDYA$, $XDYB$, $XDYC$.

(18) $ABCD$ সামন্তৰিকটোৰ কালি 180 বৰ্গ চেণ্টিমিটাৰ। E আৰু F ক্ৰমে BC আৰু BA ৰ মধ্যবিন্দু। চতুৰ্ভুজ $BFGE$ ৰ কালি x আৰু $ADCG$ ৰ কালি y. চতুৰ্ভুজ $ADCG$ ৰ কালি $BFGE$ কালিৰ চাৰি গুণ। x আৰু y ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



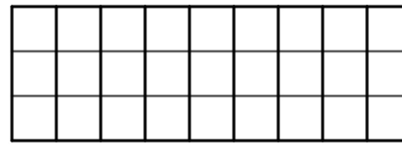
উত্তৰঃ ধৰাহ'ল, $ABCD$ সামন্তৰিকৰ কালি Δ. যিহেতু E আৰু F ক্ৰমে BC আৰু AB ৰ মধ্যবিন্দু, গতিকে $Area(CBF) = Area(ABE) = \Delta/4$. এই দুটা ত্ৰিভুজে আবৃত অংশটোৰ সংযুক্ত ক্ষেত্ৰফল হ'ল $\Delta/4 + \Delta/4 - x = \Delta/2 - x$. গতিকে, $y = \Delta - (\Delta/2 - x) = \Delta/2 + x$. প্ৰশ্নমতে, $y = 4x$. গতিকে, $\Delta/2 + x = 4x$. অৰ্থাৎ $x = \Delta/6 = 180/6 = 30$. লগতে, $y = 4x = 120$.

শাখা-২ (Category II • Classes VII - VIII)

(1) ধৰা, a, b, c তিনিটা দশমিক অংক যাতে তিনিটা অংকৰে গঠিত abc, bca, cab সংখ্যা তিনিটা মৌলিক। ৯ টা অংকৰে গঠিত $abcabcabc$, $bcabcabca$ আৰু $cabcabcab$ সংখ্যা তিনিটাৰ গসাগু আৰু লসাগু নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ আমি পাওঁ, $abcabcabc = abc \times 1001001$, $bcabcabca = bca \times 1001001$ আৰু $cabcabcab = cab \times 1001001$. লগতে, abc, bca আৰু cab মৌলিক. গতিকে, নিৰ্ণেয় গসাগু 1001001 আৰু লসাগু $abc \times bca \times cab \times 1001001$.

(2) কাষৰ জালিকাখনত থকা মুঠ আয়তক্ষেত্ৰৰ সংখ্যা কিমান?



উত্তৰঃ প্ৰতিটো আয়ত দুডাল আনুভূমিক আৰু দুডাল উলম্ব ৰেখাৰ ছেদনৰ দ্বাৰা গঠিত। ইয়াত 4 ডাল আনুভূমিক ৰেখা আৰু 10 ডাল উলম্ব ৰেখা আছে। 2 ডাল আনুভূমিক ৰেখা নিৰ্বাচন কৰিব পাৰি $\binom{4}{2} = \dfrac{4!}{(4-2)!2!} = 6$ ধৰণে আৰু প্ৰতিডাল আনুভূমিক ৰেখাৰ নিৰ্বাচনত 2 ডাল উলম্ব ৰেখা নিৰ্বাচন কৰিব পাৰি $\binom{10}{2} = \dfrac{10!}{(10-2)!2!} = 45$ ধৰণে। গতিকে, সৰ্বমুঠ আয়তক্ষেত্ৰৰ সংখ্যা $6 \times 45 = 270$.

(3) যদি এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 10% হ্ৰাস কৰা হয়, তেন্তে ইয়াৰ ক্ষেত্ৰফল কিমান শতাংশ হ্ৰাস হ'ব?

উত্তৰঃ ধৰাহ'ল বৃত্তটোৰ প্ৰকৃত ব্যাসাৰ্ধ r. গতিকে নতুন ব্যাসাৰ্ধ হ'ব r ৰ 90%। অৰ্থাৎ $9r/10$. গতিকে নতুন বৃত্তটোৰ কালি $\pi(9r/10)^2 = \pi r^2 \times 81/100$. সেয়েহে, নতুন বৃত্তটোৰ ক্ষেত্ৰফল 19% হ্ৰাস পাব।

(4) এই 999 টা ভগ্নাংশৰ যোগফলটো নিৰ্ণয় কৰা: $\dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + \cdots + \dfrac{1}{999\times 1000}$.

উত্তৰঃ আমি পাওঁ যে,

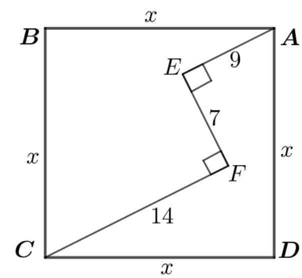
$$\begin{aligned}
&\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{999\times 1000} \\
&\qquad = \frac{2-1}{1\times 2} + \frac{3-2}{2\times 3} + \frac{4-3}{3\times 4} + \cdots + \frac{1000-999}{999\times 1000} \\
&\qquad = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{999} - \frac{1}{1000}\right) \\
&\qquad = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}.
\end{aligned}$$

(5) ধৰা, α হৈছে $x^2 - 2x + 3$ ৰ ন্যূনতম সম্ভাব্য মান আৰু β হৈছে $-x^2 + 2x + 3$ ৰ সৰ্বোচ্চ সম্ভাব্য মান,

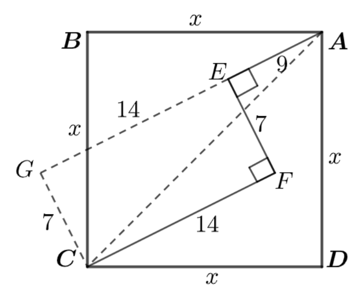
য'ত x হৈছে কোনো বাস্তৱ সংখ্যা। $\alpha^3 + \beta^3$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2$, কাৰণ $(x-1)^2$ ৰ ন্যূনতম মান শূন্য। সেয়ে, $\alpha = 2$. আকৌ, $-x^2 + 2x + 3 = 3 - (x^2 - 2x) = 3 - (x-1)^2 + 1 = 4 - (x-1)^2 \leq 4$. সেয়ে, $\beta = 4$. গতিকে, $\alpha^3 + \beta^3 = 8 + 64 = 72$.

(6) কাষৰ চিত্ৰত $ABCD$ হৈছে x একক বাহু-দৈৰ্ঘ্যৰ এটা বৰ্গ। x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যদি $AE \perp EF$, $EF \perp CF$, $AE = 9$, $EF = 7$ আৰু $CF = 14$.



উত্তৰঃ FE ৰ সমান্তৰাল CG ৰ G বিন্দুত লগ লগাকৈ AE ক বঢ়াই দিয়া হ'ল। ত্ৰিভুজ ACG ত, পাইথাগোৰীয় উপপাদ্যৰ পৰা পাওঁ, $AC^2 = AG^2 + GC^2 = (9+14)^2 + 7^2 = 578$. গতিকে, $2x^2 = 578$, সেয়েহে $x = 17$.



(7) তলৰ সমীকৰণটো মানি চলাকৈ অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা a আৰু b আছে নে নাই বিচাৰ কৰা।

$$a^2b^2(a^2b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6).$$

উত্তৰঃ আমি পাওঁ,

$$\begin{aligned}
& a^2b^2(a^2b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6) \\
\Rightarrow\ & a^4b^4 + 4a^2b^2 - 2a^6 - 2b^6 = 0 \\
\Rightarrow\ & a^4(b^4 - 2a^2) - 2b^2(b^4 - 2a^2) = 0 \\
\Rightarrow\ & (a^4 - 2b^2)(b^4 - 2a^2) = 0 \\
\Rightarrow\ & a^4 = 2b^2 \text{ or } b^4 = 2a^2 \\
\Rightarrow\ & \frac{a^2}{b} = \pm\sqrt{2} \text{ or } \frac{b^2}{a} = \pm\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

গতিকে, a আৰু b একেলগে পৰিমেয় হ'ব নোৱাৰে।

(8) মৌলিক সংখ্যাৰ আটাইবোৰ ক্ৰমিত ত্ৰয়ী (p, q, r) নিৰ্ণয় কৰা যাতে $pq = r + 1$ আৰু $2(p^2 + q^2) = r^2 + 1$.

উত্তৰঃ $2(p^2+q^2)=r^2+1 \Rightarrow r^2=2(p^2+q^2)-1$, যিটো অযুগ্ম। সেয়েহে, r এটা অযুগ্ম মৌলিক। গতিকে, $pq=r+1$ যুগ্ম। কিন্তু 2 হৈছে একমাত্ৰ যুগ্ম মৌলিক, গতিকে $p=2$ বা $q=2$. যদি $p=2$, $r=2q-1$. তেতিয়া,

$$\begin{aligned}
& 2(p^2+q^2)=r^2+1 \\
\Rightarrow\ & 2(4+q^2)=(2q-1)^2+1 \\
\Rightarrow\ & 2q^2-4q-6=0 \\
\Rightarrow\ & (q-3)(q+1)=0 \\
\Rightarrow\ & q=3, \text{ কাৰণ } q\neq -1 \\
\Rightarrow\ & r=5.
\end{aligned}$$

সেয়েহে, এটা ক্ৰমিত ক্ৰয়ী হ'ল $(2,3,5)$. আৰু আনটো হ'ল $(3,2,5)$.

(9) ধৰা, ABC এটা সূক্ষ্মকোণী ত্ৰিভুজ আৰু E,F হৈছে ক্ৰমে B,C ৰ পৰা টনা উন্নতি দুডালৰ পাদবিন্দু যাতে $BE=\sqrt{3}AE$ আৰু $CF=\sqrt{3}AF$. প্ৰমাণ কৰা যে $CE-BF=\frac{3}{2}(AC-AB)$.

উত্তৰঃ ত্ৰিভুজ ABE ত, পাইথাগোৰীয় উপপাদ্যৰ পৰা পাওঁ $AB^2=AE^2+BE^2=AE^2+3AE^2=4AE^2$. গতিকে, $AE=AB/2$. একেদৰে, ত্ৰিভুজ AFC ৰ পৰা পাওঁ $AF=AC/2$. সেয়েহে,

$$\begin{aligned}
CE-BF &= AC-AE-(AB-AF) \\
&= AC-AB/2-(AB-AC/2) \\
&= \frac{3}{2}(AC-AB).
\end{aligned}$$

(10) $P(x)$ হৈছে ধনাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা সহগ যুক্ত 17 মাত্ৰাৰ এটা বহুপদ ৰাশি। ইয়াৰ সহগবোৰৰ গুণফল হ'ল 73. তেন্তে $P(1)$ নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ ধৰাহ'ল, $P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{17}x^{17}$. যিহেতু, সহগবোৰ ধনাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা আৰু $a_0a_1a_2\cdots a_{17}=73$ এটা মৌলিক সংখ্যা, সেয়েহে কোনোবা এটা সহগ 73 হ'ব আৰু বাকী আন 17 টা সহগ 1 হ'ব। গতিকে আমি পাওঁ, $P(1)=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{17}$ টো 73 আৰু 17 টা 1 ৰ যোগফল। অৰ্থাৎ $P(1)=17+73=90$.

(11) X হৈছে p ৰ প্ৰথম 10 টা গুণিতকৰ গুণফলৰ সমান, য'ত p হৈছে 10 তকৈ ডাঙৰ মৌলিক সংখ্যা। X ৰ কিমান সংখ্যক ধনাত্মক উৎপাদক আছে?

উত্তৰঃ প্ৰশ্নমতে, $X=p\times 2p\times 3p\times 4p\times 5p\times 6p\times 7p\times 8p\times 9p\times 10p=2\times 3\times 4\times 5\times 5\times 6\times 7\times 8\times 9\times 10\times p^{10}$. গতিকে, $X=2\times 3\times 2^2\times 5\times 2\times 3\times 7\times 2^3\times 3^2\times 2\times 5\times p^{10}=2^8\times 3^4\times 5^2\times 7\times p^{10}$. সেয়েহে, মুঠ সংখ্যক ধনাত্মক উৎপাদক $=(8+1)(4+1)(2+1)(1+1)(10+1)=2970$.

(12) $S = \{(x,y) | x, y \in \mathbb{N}$ আৰু $x^2 - y^2 = 5050\}$ সংহতিটোৰ মৌলৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $\mathbb{N}$ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিটো।

উত্তৰঃ আমি পাওঁ,

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 = 5050 \\ \Rightarrow\ & (x-y)(x+y) = 2 \times 25 \times 101. \end{aligned}$$

সোঁপক্ষত 2 য়েই একমাত্ৰ ধনাত্মক উৎপাদক। সেয়েহে, 5050 ক দুটা সংখ্যাৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিলে এটা অযুগ্ম আৰু আনটো যুগ্ম হ'ব। গতিকে, $(x-y)+(x+y) = 2x$ অযুগ্ম হ'ব, যদিহে ওপৰৰ সমতাটো সিদ্ধ হয়। কিন্তু, যিহেতু $2x$ যুগ্ম, সেয়ে ই সিদ্ধ হ'ব নোৱাৰে। এতেকে, প্ৰদত্ত চৰ্ত মানি চলা কোনো (x, y) S ত নাই। অৰ্থাৎ, S সংহতিৰ মৌলৰ সংখ্যা শূন্য।

(13) পিতল হৈছে তাম আৰু জিংকৰ মিশ্ৰণ। ব্ৰঞ্জ হৈছে 80% তাম, 4% জিংক আৰু 16% টিনৰ মিশ্ৰণ। ব্ৰঞ্জ আৰু পিতলৰ এটা মিশ্ৰণত 74% তাম, 16% জিংক আৰু 10% টিন পোৱা গ'ল। পিতলত তাম আৰু জিংকৰ শতকৰা অংশ নিৰ্ণয় কৰা।

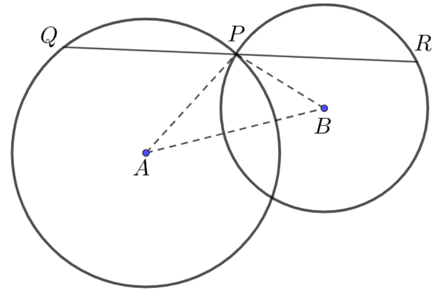
উত্তৰঃ ধৰাহ'ল, পিতলত $a\%$ তাম আৰু $b\%$ জিংক আছে। ধৰাহ'ল, সংমিশ্ৰণটোত x পৰিমাণৰ পিতল আৰু y পৰিমাণৰ ব্ৰঞ্জ আছে। এতিয়া, টিনৰ পৰিমাণৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ $\frac{16}{100}y = \frac{10}{100}(x+y)$, অৰ্থাৎ $6y = 10x$. তামৰ পৰিমাণৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ $\frac{a}{100}x + \frac{80}{100}y = \frac{74}{100}(x+y)$, অৰ্থাৎ $6y = (74-a)x$, অৰ্থাৎ $10x = (74-a)x$, যাৰ পৰা পাওঁ $a = 64.$ সেয়েহে, $b = 36.$ গতিকে, পিতল হৈছে 64% তাম আৰু 36% জিংকৰ মিশ্ৰণ।

(14) যদি x এটা বাস্তৱ সংখ্যা, তেন্তে সমাধান কৰা: $x^2(2-x)^2 = 1 + 2(1-x)^2$.

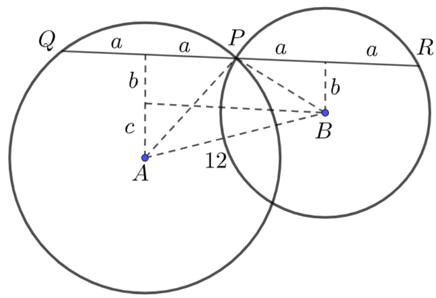
উত্তৰঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ,

$$\begin{aligned} & (2x - x^2)^2 = 1 + 2(1 - 2x + x^2) \\ \Rightarrow\ & (2x - x^2)^2 = 3 - 2(2x - x^2) \\ \Rightarrow\ & t^2 + 2t - 3 = 0, \text{ য'ত } t = 2x - x^2 \\ \Rightarrow\ & (t+3)(t-1) = 0 \\ \Rightarrow\ & t = -3 \text{ বা } 1 \\ \Rightarrow\ & 2x - x^2 = -3 \text{ বা } 2x - x^2 = 1 \\ \Rightarrow\ & x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ বা } x^2 - 2x + 1 = 0 \\ \Rightarrow\ & x = 3, -1, 1, \text{ বা } 1. \end{aligned}$$

(15) কাষৰ চিত্ৰত 8 আৰু 6 একক ব্যাসাৰ্ধৰ দুটা বৃত্ত সিহঁতৰ কেন্দ্ৰ দুটাৰ দূৰত্ব 12 একক হোৱাকৈ অংকন কৰা হৈছে। বৃত্ত দুটাৰ এটা ছেদবিন্দু P ৰে এডাল ৰেখা এনেদৰে অঁকা হৈছে যাতে QP আৰু PR জ্যা দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য সমান। QP^2 ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



উত্তৰঃ আমি জানো যে বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা জ্যালৈ টনা লম্বই জ্যাডালক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। সেয়ে, $BP^2 = a^2 + b^2$ i.e. $a^2 + b^2 = 36$. লগতে, $AP^2 = a^2 + (b + c)^2$ i.e. $a^2 + (b+c)^2 = 8^2 = 64$. আকৌ, $AB^2 = (2a)^2 + c^2$ i.e. $4a^2+c^2 = 144$. গতিকে, $4a^2+c^2-4(a^2+b^2) = 144 - 4 \times 36 = 0$. ইয়াৰ পৰা পাওঁ, $c = 2b$. সেয়ে, $a^2 + (b + 2b)^2 = 64$, অৰ্থাৎ $a^2 + 9b^2 = 64$, গতিকে $(a^2 + b^2) + 8b^2 = 64$। অৰ্থাৎ $36 + 8b^2 = 64 \Rightarrow b^2 = 28/8 = 7/2$. গতিকে, $a^2 = 36 - 7/2 = 65/2$. সেয়েহে, $QP^2 = (2a)^2 = 4a^2 = 4 \times (65/2) = 130$.



(16) যদি $x^2 + y = y^2 + z = z^2 + x$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $x^3 + y^3 + z^3 = xy^2 + yz^2 + zx^2$, য'ত x, y, z বাস্তৱ সংখ্যা।

উত্তৰঃ প্ৰদত্ত বৈশিষ্ট্যৰ পৰা পাওঁ, $x^2 - y^2 = z - y, y^2 - z^2 = x - z, z^2 - x^2 = y - x$. সেয়েহে,

$$\begin{aligned}(x^3 + y^3 + z^3) - (xy^2 + yz^2 + zx^2) &= x(x^2 - y^2) + y(y^2 - z^2) + z(z^2 - x^2) \\ &= x(z - y) + y(x - z) + z(y - x) \\ &= 0.\end{aligned}$$

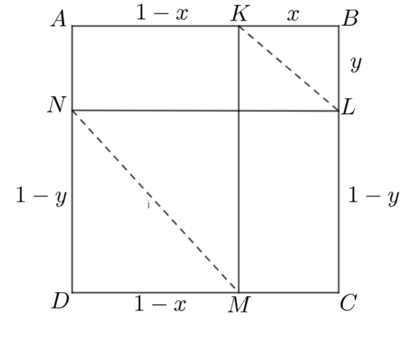
(17) K, L, M, N হৈছে এটা একক কালিৰ বৰ্গ $ABCD$ ৰ ক্ৰমে AB, BC, CD আৰু DA বাহুৰ ওপৰৰ বিন্দু যাতে $KM \parallel BC$ আৰু $LN \parallel AB$। ত্ৰিভুজ KLB ৰ পৰিধি 1 একক। ত্ৰিভুজ MND ৰ ক্ষেত্ৰফল নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ যিহেতু ΔKLB ৰ পৰিসীমা 1, গতিকে $KL + x + y = 1$, অৰ্থাৎ $KL = 1 - x - y$. এতিয়া ΔKLB ৰ পৰা পাইথাগোৰীয় উপপাদ্যৰ সহায়ত আমি পাওঁ,

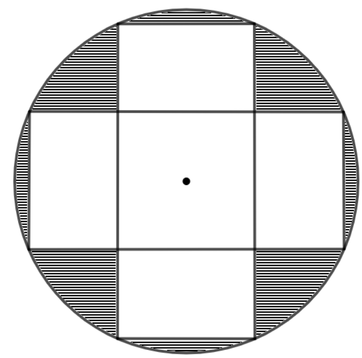
$$\begin{aligned}(1 - x - y)^2 &= x^2 + y^2 \\ \Rightarrow 1 - 2x - 2y + 2xy &= 0.\end{aligned}$$

সেয়েহে, ΔMND ৰ ক্ষেত্ৰফল $= \frac{1}{2}(1-x)(1-y)$

$$= \frac{1}{2}(1-x-y+xy)$$
$$= \frac{1}{4}(1+1-2x-2y+2xy)$$
$$= \frac{1}{4}(1+0)$$
$$= \frac{1}{4}.$$



(18) দুটা 10×24 আয়তক্ষেত্ৰ এটা বৃত্তত ভিতৰত কাষৰ দেখুওৱাৰ দৰে ৰখা হৈছে। ধৰা, A হৈছে ছাঁ দিয়া অংশৰ ক্ষেত্ৰফল। $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰি লৈ, $7A$ নিৰ্ণয় কৰা।



উত্তৰঃ ধৰাহ'ল, B হৈছে ছাঁ নিদিয়া অংশৰ ক্ষেত্ৰফল। তেতিয়া, $B = 10 \times 24 + 10 \times 24 - 10 \times 10 = 380.$

যদি r বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ হয়, তেতিয়া $(2r)^2 = 10^2 + 24^2 = 676$, তেন্তে $r^2 = 169$. এতিয়া,

$$A + B = \pi r^2$$
$$\Rightarrow A + 380 = \frac{22}{7} \times 169$$
$$\Rightarrow 7A = 1058.$$

শাখা-৩ (Category III • Classes IX, X - XI)

(1) দুটা ধনাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা a, b ৰ কাৰণে $\text{lcm}(a,b) = \text{gcd}(a,b) = p^2q^4$, য'ত p আৰু q মৌলিক সংখ্যা। $\text{lcm}(ap, bq)$ নিৰ্ণয় কৰা। ইয়াত lcm আৰু gcd এ ক্ৰমে লঘিষ্ঠ সাধাৰণ গুণিতক আৰু গৰিষ্ঠ সাধাৰণ গুণনীয়ক বুজাইছে।

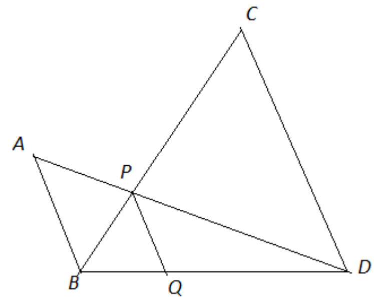
উত্তৰঃ ইয়াত, $\text{lcm}(a,b) = \text{gcd}(a,b)$, গতিকে $a = b$. অৰ্থাৎ, $a = b = p^2q^4$. সেয়েহে, $\text{lcm}(ap, bq) = \text{lcm}(p^3q^4, p^2q^5) = p^3q^5$.

(2) 27000 ৰ আটাইকেইটা ধনাত্মক উৎপাদকৰ যোগফলটো নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ $27000 = 2^3 \times 3^3 \times 5^3$. সেয়েহে, ধনাত্মক উৎপাদকসমূহৰ যোগফল $\sigma(27000) = (1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2+3^3)(1+5+5^2+5^3) = 93600.$

(3) ধৰা, AB আৰু CD দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা আৰু সিহঁতক BD ভূমিয়ে সংযোগ কৰিছে। AD আৰু BC অংকন কৰা হ'ল আৰু সিহঁতে P বিন্দুত কাটিছে। PQ ৰেখাডাল P ৰ পৰা BD লৈ অংকন কৰা হ'ল যাতে $\angle PAB = \angle DPQ$. প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{PQ}.$$



উত্তৰঃ $\angle PAB = \angle DPQ$ ৰ বাবে পাওঁ $PQ||AB$, আৰু সেয়েহে $PQ||CD$. গতিকে, $\Delta DPQ \sim \Delta DAB$. সেয়েহে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{DQ}{DB}$. আকৌ, $\Delta BPQ \sim \Delta BCD$ ৰ বাবে পাওঁ $\frac{PQ}{CD} = \frac{BQ}{BD}$.

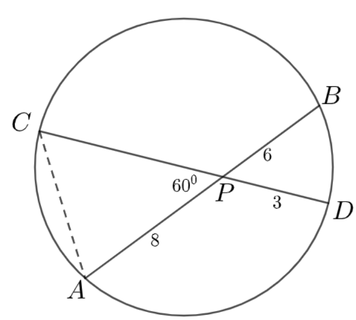
এতিয়া যোগ কৰি পাওঁ $\frac{PQ}{AB} + \frac{PQ}{CD} = \frac{DQ}{BD} + \frac{BQ}{BD}$, অৰ্থাৎ $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{PQ}$.

(4) নিৰ্ণয় কৰা: $\frac{1}{1!21!} + \frac{1}{3!19!} + \frac{1}{5!17!} + \cdots + \frac{1}{21!1!}$.

উত্তৰঃ প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ পৰা পাওঁ,

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{22!}\left(\frac{22!}{1!21!} + \frac{22!}{3!19!} + \frac{22!}{5!17!} + \cdots + \frac{22!}{19!3!} + \frac{22!}{21!1!}\right)\\
=&\frac{1}{22!}\left(\binom{22}{1} + \binom{22}{3} + \cdots + \binom{22}{21}\right)\\
=&\frac{2^{22-1}}{22!}, \text{ কাৰণ } \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots = 2^{n-1}\\
=&\frac{2^{21}}{22!}.
\end{aligned}$$

(5) এটা বৃত্তৰ দুডাল জ্যা AB আৰু CD এ বৃত্তটোৰ ভিতৰত P বিন্দুত এনেদৰে কাটিছে যাতে $AP = 8, PB = 6, PD = 3$ আৰু $\angle APC = 60°$. তেন্তে ΔAPC ৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



উত্তৰঃ জ্যাৰ ছেদক বৈশিষ্ট্যৰ পৰা আমি পাওঁ, $AP \times PB = CP \times PD$. সেয়েহে $CP = \frac{8 \times 6}{3} = 16$. গতিকে, ΔAPC ৰ কালি $= \frac{1}{2} AP \times CP \sin\angle APC = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \sin 60^0 = 4 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$.

(6) প্ৰমাণ কৰা যে সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে $n! \geq n^{n/2}$. আৰু দেখুওৱা যে $n \geq 2$ ৰ বাবে অসমতাটো কঠোৰ (strict)।

উত্তৰঃ আমি পাওঁ,

$$\begin{aligned}(n!)^2 &= (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n)(n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1) \\ &= \{1 \cdot n\}\{2 \cdot (n-1)\}\{3 \cdot (n-2)\} \cdots \cdots \{(n-1) \cdot 2\}\{n \cdot 1\}.\end{aligned}$$

যদি $1 \leq r \leq n$, আমি পাওঁ $r(n-r+1) - n = rn - r^2 + r - n = n(r-1) - r(r-1) = (n-r)(r-1) \geq 0$. সেয়ে, $r(n-r+1) \geq n$. যেতিয়া $1 < r < n$, এই অসমতাটো কঠোৰ. গতিকে,

$$\begin{aligned}(n!)^2 &= \{1 \cdot n\}\{2 \cdot (n-1)\}\{3 \cdot (n-2)\} \cdots \cdots \{(n-1) \cdot 2\}\{n \cdot 1\} \\ &\geq n \cdot n \cdots \cdots n \ (n \text{ বাৰ}) \\ &= n^n.\end{aligned}$$

সেয়েহে, $n! \geq n^{n/2}$. আৰু $n > 2$ ৰ বাবে অসমতাটো কঠোৰ, কাৰণ $2(n-1) > n$.

(7) একে আকৃতিৰ 10 টা বল 4 গৰাকী শিশুৰ মাজত কিমান ধৰণে ভগাই দিব পাৰিবা, যদি:

(a) আটাইকেইটা বল একে ৰঙৰ হয়?

(b) প্ৰতিটো বল পৃথক পৃথক ৰঙৰ হয়?

উত্তৰঃ যদি সকলো বল একে ৰঙৰ হয় তেন্তে সিহঁতক একে বুলি ধৰিব পাৰি। 4 টা শিশুৰ মাজত 10 টা একে বল বিতৰণ কৰাৰ উপায়ৰ সংখ্যা $w + x + y + z = 10$ সমীকৰণটোৰ অঋণাত্মক অখণ্ড সমাধানৰ সংখ্যাৰ সমান হ'ব, যিটো $\binom{10+4-1}{10} = \binom{13}{10} = \dfrac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 286$ ৰ সমান।

যদি বলবোৰ সকলো বেলেগ বেলেগ ৰঙৰ হয়, তেন্তে প্ৰতিটো বল 4 ধৰণে বিতৰণ কৰিব পাৰি। গতিকে, মুঠ উপায়ৰ সংখ্যা $4^{10} = 1048576$.

(8) ধৰা $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2022}$ ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা যিসমূহক 1011 টা যোৰত থূপ কৰিব পৰা যাব যাতে একোটা যোৰৰ প্ৰতিটো সংখ্যা পৰস্পৰ বিপ্ৰতীপ। দেখুওৱা যে $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\cdots(1+a_{2022}) \geq 2^{2022}$.

উত্তৰঃ যিহেতু প্ৰতিটো যোৰৰ সংখ্যা দুটা পৰস্পৰ বিপ্ৰতীপ, গতিকে প্ৰতিটো যোৰৰ সংখ্যা দুটাৰ গুণফল 1. সেয়েহে, $a_1 a_2 \cdots a_{2022} = 1$. AM-GM অসমতা সূত্ৰৰ সহায়ত পাওঁ, $\dfrac{1+a_i}{2} \geq \sqrt{1 \cdot a_i}$. অৰ্থাৎ, সকলো $i = 1, 2, \ldots, 2022$ ৰ বাবে $(1+a_i) \geq 2\sqrt{a_i}$. এতিয়া পূৰণ কৰিলে আমি পাম, $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\cdots(1+a_{2022}) \geq 2^{2022}\sqrt{a_1 a_2 \cdots a_{2022}} = 2^{2022}$.

(9) 1201^{1202} ৰ শেষৰ অংক তিনিটাৰে গঠিত সংখ্যাটো কি?

উত্তৰঃ অইলাৰৰ উপপাদ্য মতে, যদি $gcd(a,n) = 1$ তেন্তে $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$. সংখ্যাটোক 1000 ৰে হৰণ কৰিলে বাকী ৰোৱা অংশটোৱে শেষৰ তিনিটা অংক দিব। ইয়াত, $gcd(1201, 1000) = 1$, গতিকে $1201^{\phi(1000)} \equiv 1 \pmod{1000}$. এতিয়া, $\phi(1000) = \phi(2^3 \times 5^3) = (2^3 - 2^2)(5^3 - 5^2) = 400$. গতিকে, $1201^{400} \equiv 1 \pmod{1000}$. সেয়েহে, $1201^{1202} \equiv (1201^{400})^3 \times 1201^2 \pmod{1000} \equiv 201^2 \pmod{1000} \equiv 401 \pmod{1000}$. অৰ্থাৎ শেষৰ অংক তিনিটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 401.

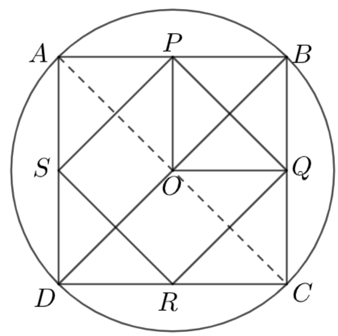
(10) ধৰা, $ABCD$ বৰ্গটোৰ শীৰ্ষবিন্দুকেইটা এটা বৃত্তত আছে যাৰ ব্যাসাৰ্ধ r আৰু কেন্দ্ৰ O. ধৰা, P, Q, R আৰু S ক্ৰমে AB, BC, CD আৰু DA ৰ মধ্যবিন্দু। তেন্তে,

(a) দেখুওৱা যে $PQRS$ চতুৰ্ভুজটো এটা বৰ্গ।

(b) PQ ৰ মধ্যবিন্দুৰ পৰা O লৈ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ মন কৰিবা যে $\triangle ASP$ এটা সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। সেয়েহে, $\angle ASP = \angle APS = \pi/4$. একেদৰে $\angle BPQ = \angle BQP = \pi/4$. এতিয়া, P হৈছে AB ৰেখাৰ এটা বিন্দু। সেয়েহে,

$$\begin{aligned} &\angle APS + \angle SPQ + \angle BPQ = \pi \\ \Rightarrow\ &\pi/4 + \angle SPQ + \pi/4 = \pi/2 \\ \Rightarrow\ &\angle SPQ = \pi/2. \end{aligned}$$



একেদৰে আমি দেখুৱাব পৰোঁ যে $\angle PQR = \angle QRS = \angle RSP = \angle SPQ = \pi/2$. সেয়েহে $PQRS$ এটা আয়ত।

যিহেতু $ABCD$ এটা বৃত্তৰ অন্তস্থ এটা বৰ্গ, গতিকে ইয়াৰ কৰ্ণ AC আৰু BD ব্যাস হ'ব লাগিব। আমি জানো যে ত্ৰিভুজ এটাৰ দুটা বাহুৰ মধ্য-বিন্দু দুটা সংযোগ কৰা ৰেখাখণ্ড তৃতীয় বাহুৰ আধা। গতিকে, $PQ = RS = AC/2 = r$ আৰু $QR = SP = BD/2 = r$. যাৰ বাবে $PQ = QR = RS = SP$. সেয়েহে, $PQRS$ এটা বৰ্গ।

O হৈছে বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ। OP, OQ আৰু OB অংকন কৰা হ'ল। বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা জ্যাৰ মধ্য-বিন্দুৰ সংযোগ কৰা ৰেখাখণ্ডডাল জ্যাডালৰ লম্ব। সেয়েহে, $\angle OPB = \angle OQB = \pi/2$. গতিকে, ΔBPO আৰু ΔBQO সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। সেয়েহে, $OP = PB = BQ = OQ$. গতিকে, $OPBQ$ ও এটা বৰ্গ। সেয়েহে, OB আৰু PQ কৰ্ণ দুডালে 90° কৰি কটাকটি কৰে। গতিকে, PQ ৰ মধ্যবিন্দুৰ পৰা O লৈ লম্ব দূৰত্ব $OB/2$, অৰ্থাৎ $r/2$.

(11) ধৰা, a, b, c এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুসমূহৰ দৈৰ্ঘ্য যাতে $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca}$ অখণ্ড সংখ্যা। a, b, c ৰ মাজৰ সম্পৰ্ক কি?

উত্তৰঃ প্ৰথমেই আমি স্পষ্টকৈ ওলাই থকা অসমতা এটা লওঁ: $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geq 0$,

$$\Rightarrow 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac \geq 0$$
$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} \geq 1.$$

এতিয়া, ত্ৰিভুজৰ বৈশিষ্ট্যৰ পৰা আমি এই তিনিটা অসমতা পাম: $|a-b|<c$, $|b-c|<a$, আৰু $|a-c|<b$. ইহঁতক বৰ্গ কৰি যোগ কৰিলে পাম,

$$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca < a^2+b^2+c^2$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 < 2ab+2bc+2ca$$
$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} < 2.$$

গতিকে, $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca}$ ৰ একমাত্ৰ অখণ্ড মান হ'ব 1, যিটো সম্ভৱ হ'ব যদিহে ওপৰৰ প্ৰথমটো অসমতা এটা সমতা হয়। সেয়েহে, $a=b=c$, অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজটো এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ।

(12) এটা কণা কাৰ্টেছিয়ান সমতলৰ কেন্দ্ৰত আছে। কণাটোৱে স্থান সলনি কৰোঁতে প্ৰতিবাৰে বাওঁ, সোঁ, ওপৰ বা তললৈ যিকোনো দিশত 1 একক যাব পাৰে। কণাটোৱে $(0,0)$ ৰ পৰা $(0,2)$ লৈ 6 টা ধাপত কিমান ধৰণে যাব পাৰিব নিৰ্ণয় কৰা। (বিঃদ্ৰঃ একে একে বিন্দু অতিক্ৰম কৰা দুটা পথক সুকীয়া বুলি ধৰা হ'ব যদি দুয়োটা পথতে প্ৰতিটো বিন্দু অতিক্ৰমৰ ক্ৰম সুকীয়া হয়।

উত্তৰঃ সোঁ, ওপৰ, বাওঁ, আৰু তললৈ এধাপ যোৱাটোক ক্ৰমে R, U, L, D ৰে বুজোৱা হওক। তেতিয়া, প্ৰতিটো পথ হ'ব R, U, L, D ৰ একোটা অনুক্ৰম। ধৰাহওক, এই কোনো একোটা অনুক্ৰমত R, U, L, D ক্ৰমে r, u, l, d বাৰ থাকে। যিহেতু মুঠ ধাপৰ সংখ্যা 6, গতিকে $r+l+u+d=6$. যিহেতু আমি $(0,0)$ ৰ পৰা $(0,2)$ ত উপনীত হ'ব লাগিব, গতিকে সম্পূৰ্ণ অনুভূমিক (x-অক্ষৰ সমান্তৰাল) কোনো গতি থাকিব নোৱাৰে। এইদৰে আমি পাওঁ, সোঁ আৰু বাওঁ ধাপ সমান সংখ্যক হ'ব লাগিব। অৰ্থাৎ $r=l$। লগতে, মুঠ উলম্ব (y-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশেৰে) গতি 2 হ'ব লাগিব। সেয়েহে, $u-d=2$। গতিকে r, u, l, d ৰ ওপৰত আমি এই চৰ্তসমূহ পাওঁ: $r+l+u+d=6$, $r-l=0$, $u-d-2=0$. ইয়াৰ পৰা আমি পাওঁ $r+d=2$. গতিকে আমি পাওঁ:

(1) $r=0, d=2$. তেতিয়া, $l=0, u=4$.
অৰ্থাৎ, ইয়াত 4 টা U, 2 টা D আছে, আৰু কোনো L, R নাই। গতিকে, এই ক্ষেত্ৰত মুঠ ধৰণ হৈছে $\frac{6!}{4!2!}$.

(2) $r=1, d=1$. তেতিয়া, $l=1, u=3$. অৰ্থাৎ, ইয়াত 3 টা U, আৰু L, R, D এটাকৈ আছে। এই ক্ষেত্ৰত মুঠ ধৰণ $\frac{6!}{3!}$.

(3) $r=2, d=0$. তেতিয়া, $l=2, u=2$. গতিকে, এই ক্ষেত্ৰত মুঠ ধৰণ $\frac{6!}{2!2!2!}$.

সেয়েহে, মুঠ পথৰ সংখ্যা হৈছে $\frac{6!}{4!2!}+\frac{6!}{3!}+\frac{6!}{2!2!2!}=225$.

(13) প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ মান নিৰূপন কৰা: $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{3^{2^k}+1}.$

উত্তৰঃ আমি পাওঁ,

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{3^{2^k}+1} &= \sum_{k=0}^{n} \frac{2^k(3^{2^k}-1)}{3^{2^{k+1}}-1} \\
&= \sum_{k=0}^{n} \frac{2^k(3^{2^k}+1)-2^{k+1}}{3^{2^{k+1}}-1} \\
&= \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{2^k}{3^{2^k}-1} - \frac{2^{k+1}}{3^{2^{k+1}}-1}\right) \\
&= \frac{2^0}{3^{2^0}-1} - \frac{2^{n+1}}{3^{2^{n+1}}-1} = 1 - \frac{2^{n+1}}{3^{2^{n+1}}-1}.
\end{aligned}$$

(14) চাৰিটা অংকৰে গঠিত তিনিটা সংখ্যা যোগ কৰা হৈছে: $7a71 + 73b7 + c232$. এই যোগফলটো 75 ৰে হৰণ যায়, য'ত a, b, c দশমিক অংক। ইয়াত a, b, c ৰ বাবে প্ৰয়োজন হোৱা চৰ্তসমূহ নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ 75 ৰ মৌলিক উৎপাদকীকৰণটো হ'ল $3 \times 5 \times 5$. দেখা গৈছে যে যোগফলটোৰ এককৰ অংকটো 0. গতিকে যোগফলটোৰ দহৰ অংকটো 0 বা 5 হ'ব লাগিব, যিহেতু যোগফলটো 25 ৰে হৰণ যায়। যোগফলটোৰ দহকৰ অংকটো $7 + b + 3 + 1 = 11 + b$ ৰ পৰা পাম। এতিয়া,

(1) $11 + b$ ৰ একক অংকটো 0. তেতিয়া, $1 + b$ টো 10 হ'ব লাগিব। সেয়েহে, $b = 9$. আকৌ, যোগফলটো 3 ৰে হৰণ যায়, সেয়েহে $(7 + a + 7 + 1) + (7 + 3 + b + 7) + (c + 2 + 3 + 2) = a + c + 48$ ক 3 ৰে হৰণ যাব। গতিকে, $a + c$ ক 3 ৰে হৰণ যাব। গতিকে এই ক্ষেত্ৰত চৰ্তসমূহ হ'ল $c \neq 0, b = 9$ আৰু $a + c$ ক 3 ৰে হৰণ যায়।

(2) $11 + b$ ৰ একক অংকটো 5. তেতিয়া, $b = 4$. আকৌ যোগফলটো 3 ৰে হৰণ যায়, সেয়েহে $(7 + a + 7 + 1) + (7 + 3 + b + 7) + (c + 2 + 3 + 2) = a + c + 43$ ক 3 ৰে হৰণ যাব। গতিকে, $a + c + 1$ ক 3 ৰে হৰণ যাব। গতিকে এই ক্ষেত্ৰত চৰ্তসমূহ হ'ল $c \neq 0, b = 4$ আৰু $a + c + 1$ ক 3 ৰে হৰণ যায়।

সেয়েহে, নিৰ্ণেয় চৰ্তসমূহ হ'ল:
$c \neq 0, b = 9$ আৰু $a + c$ ক 3 ৰে হৰণ যায়;
বা $c \neq 0, b = 4$ আৰু $a + c + 1$ ক 3 ৰে হৰণ যায়।

(15) ধৰা, $P(x)$ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা সহগ যুক্ত এটা বহুপদ ৰাশি আৰু $P(0) > 1$. ইয়াৰ সহগসমূহৰ পূৰণফল 47 আৰু $P(x)$ ক $(x - 3)$ ৰে হৰণ কৰিলে 9887 বাকী ৰয়। $P(x)$ ৰ মাত্ৰা কিমান?

উত্তৰঃ ধৰাহওক, $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. যিহেতু $a_0a_1a_2\cdots a_n = 47$, আৰু 47 এটা মৌলিক সংখ্যা, গতিকে এটা সহগ 47 হোৱাৰ বাহিৰে বাকীবোৰ হ'ব 1. দিয়া আছে $P(0) > 1$, অৰ্থাৎ $a_0 > 1$. সেয়েহে, $a_0 = 47$. আকৌ, $P(3) = 9887$, সেয়েহে $47 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n = 9887$, অৰ্থাৎ $\dfrac{3(3^n - 1)}{3 - 1} = 9840$, যাৰ পৰা আমি পাওঁ $3^n - 1 = 6560 \Rightarrow 3^n = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 8$.

(16) স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{N}$ ৰ পাঁচটা মৌল যুক্ত এটা উপ-সংহতি A পোৱা যাব নে যাতে A ৰ যিকোনো তিনিটা মৌলৰ যোগফল মৌলিক হয়? তোমাৰ উত্তৰটো সত্যাপন কৰা।

উত্তৰঃ যিকোনো এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা n, এই তিনিটা আৰ্হিৰ যিকোনো এটাত থাকে: $3k, 3k+1, 3k+2$, য'ত k এটা পূৰ্ণ সংখ্যা। এতিয়া আমি তিনিটা সম্ভাৱনা পাম:

(i) A ৰ সকলো মৌল একে আৰ্হিৰ। তেন্তে, যিকোনো তিনিটা মৌলৰ যোগফল 3 তকৈ ডাঙৰ আৰু 3 ৰে হৰণ যাব।

(ii) A ত দুটা আৰ্হিৰ মৌল আছে। তেন্তে, pigeonhole principle ৰ মতে আমি পাওঁ, A ৰ অতি কমেও তিনিটা মৌলৰ আৰ্হি একে হ'ব। আৰু সিহঁতৰ যোগফল 3 তকৈ ডাঙৰ আৰু 3 ৰে হৰণ যাব।

(iii) A ত প্ৰতিটো আৰ্হিৰ কমেও এটাকৈ মৌল আছে। তেন্তে ধৰাহ'ল, $n_1 = 3k_1$, $n_2 = 3k_2 + 1$ আৰু $n_3 = 3k_3 + 2$ হৈছে A ৰ তিনিটা মৌল। তেতিয়া, $n_1 + n_2 + n_3 = 3(k_1 + k_2 + k_3) + 3$, যিটো 3 তকৈ ডাঙৰ আৰু 3 ৰে হৰণ যাব।

সেয়েহে, যিকোনো তিনিটা মৌল যোগ কৰিলে মৌলিক সংখ্যা হোৱা উপসংহতি A পোৱা নাযায়, কাৰণ আমি দেখুৱালোঁ যে A ত সদায় তিনিটা এনে মৌল থাকিবই যাৰ যোগফলটো 3 তকৈ ডাঙৰ আৰু 3 ৰে হৰণ যায়।

(17) বিন্দুৰে গঠিত আয়তাকাৰ জালিকা এখনত 4 টা শাৰী আৰু 84 টা স্তম্ভ আছে। প্ৰতিটো বিন্দুক ৰঙা, নীলা বা সেউজীয়া কোনো এটা ৰঙেৰে ৰং কৰা হৈছে। দেখুওৱা যে, বিন্দুসমূহক যি ধৰণেই ৰং কৰা নহওক কিয়, সদায় একে ৰঙৰ চাৰিটা বিন্দু পোৱা যাব যি চাৰিটাই এটা আয়ত গঠন কৰে। তলৰ চিত্ৰত এটা ৰূপৰেখা দেখুওৱা হৈছে।

উত্তৰঃ একোটা স্তম্ভৰ প্ৰতিটো বিন্দু 3 ধৰণে ৰং কৰিব পাৰি। গতিকে, প্ৰতিটো স্তম্ভ $3^4 = 81$ ধৰণে ৰং কৰিব পাৰি। সেয়েহে, স্তম্ভসমূহৰ সম্ভাব্য ৰঙৰ ধৰণ 81 টা থাকিব। কিন্তু 84 টা স্তম্ভ দিয়া আছে আৰু $84 > 81$. গতিকে, pigeonhole principle অনুসৰি, একে আৰ্হিৰ ৰঙৰ দুটা স্তম্ভ থাকিব। আমি একে আৰ্হিৰ ৰঙৰ এই দুটা স্তম্ভৰ ওপৰত গুৰুত্ব দিম।

যিহেতু প্ৰতিটো স্তম্ভত চাৰিটা বিন্দু আছে, যিবোৰক তিনিটা ৰঙেৰে ৰং কৰা হয়, গতিকে pigeonhole principle অনুসৰি প্ৰতিটো স্তম্ভৰ দুটা বিন্দু একে ৰঙৰ হ'ব। যিহেতু স্তম্ভ দুটাৰ ৰঙৰ আৰ্হি একে, গতিকে একে ৰঙৰ চাৰিটা বিন্দু পোৱা যাব যি চাৰিটাই শীৰ্ষ বিন্দু ৰূপে এটা আয়তক্ষেত্ৰ গঠন কৰিব।

(18) ধৰা $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ এটা ফলন যাতে

(a) $f(m) < f(n)$ যেতিয়া নেকি $m < n$,

(b) $f(2n) = f(n) + n$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$,

(c) n টো মৌলিক যেতিয়া নেকি $f(n)$ মৌলিক।

$\sum_{n=1}^{2022} f(n)$ নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰঃ আমি পাওঁ যে $f(2) = f(1) + 1$, $f(4) = f(2) + 2 = f(1) + 1 + 2 = f(1) + 3$. এতিয়া, প্ৰথম চৰ্তৰ দ্বাৰা, $f(2) < f(3) < f(4)$. গতিকে আমি পাওঁ $f(1)+1 < f(3) < f(1)+3$. কিন্তু $f(1)+1$ আৰু $f(1)+3$ স্বাভাৱিক সংখ্যা। গতিকে, $f(3) = f(1)+2$, অৰ্থাৎ $f(1)+1$ আৰু $f(1)+3$ ৰ মাজৰ স্বাভাৱিক সংখ্যাটো।

ধৰাহওক, $f(r) = f(1)+r-1$, য'ত $r < n$. যদি n যুগ্ম, তেন্তে ধৰাহ'ল $n = 2k$, য'ত $k < n$. সেয়েহে, $f(n) = f(2k) = f(k) + k = f(1) + k - 1 + k = f(1) + 2k - 1 = f(1) + n - 1$. যদি n অযুগ্ম, তেন্তে ধৰাহ'ল $n = 2k + 1$ য'ত $k < n$. এতিয়া আমি পাওঁ $f(2k) < f(2k+1) < f(2k+2)$, অৰ্থাৎ $f(k)+k < f(2k+1) < f(k+1)+k+1$. কিন্তু $k < n$ আৰু $k+1 < n$. সেয়েহে, $f(1)+k-1+k < f(2k+1) < f(1)+k+k+1$, যাৰ পৰা পাওঁ $f(1)+2k-1 < f(2k+1) < f(1)+2k+1$. গতিকে আমি পাওঁ যে $f(n) = f(2k+1) = f(1)+2k = f(1)+n-1$. সেয়েহে, গাণিতিক আৰেশ তত্ত্ব মতে আমি পাওঁ $f(n) = f(1) + n - 1$, য'ত $n \in \mathbb{N}$.

এতিয়া ধৰাহওক, $f(1) = m > 1$. তেতিয়া, $m! + 2, m! + 3, \ldots, m! + m$ হ'ব যৌগিক সংখ্যা। ধৰাহওক, p হৈছে $m!+m$ তকৈ ডাঙৰ আটাইতকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাটো। ধৰাহ'ল, $n = p-m+1$. তেতিয়া, $f(n) = f(1)+n-1 = m+n-1 = p$, যিটো মৌলিক। গতিকে প্ৰদত্ত তৃতীয় চৰ্ত অনুসৰি, n মৌলিক সংখ্যা। যিহেতু $p = n+m-1$ আৰু $m > 1$, গতিকে $p > n$. আকৌ, $n = p-m+1 > m!+m-m+1 = m!+1$. কিন্তু $m!+2, m!+3, \ldots m!+m$ যৌগিক। গতিকে, $n > m!+m$. সেয়েহে আমি পাওঁ, $m!+m < n < p$, যিটো হৈছে p ৰ ন্যূনতমতাৰ বিৰোধ (contradiction)। সেয়েহে, $m > 1$ সম্ভৱ নহয়। গতিকে, $m = f(1) = 1$. সেয়েহে, $f(n) = f(1) + n - 1 = 1 + n - 1 = n$. সেয়েহে আমি পাওঁ,

$$\sum_{n=1}^{2022} f(n) = \sum_{n=1}^{2022} n = \frac{2022(2022+1)}{2} = 2045253.$$

প্ৰশ্নোত্তৰসমূহৰ ইংৰাজী ৰূপ 'অসম গণিত শিক্ষায়তন'ৰ ৱেবছাইট https://aamonline.org.in ত সন্নিবিষ্ট কৰা হৈছে।